Le retard algébrique maximum dans un *job shop*

Guillaume Pinot

LINA — UMR CNRS 6241
Nantes, France
guillaume.pinot@univ-nantes.fr

ROADEF 2010

Introduction

$J||C_{\max}$ très étudié : [Jain and Meeran, 1998]

$J||L_{\max}$ beaucoup moins :

[Demirkol et al., 1997] : adaptation du *shifting bottleneck* ;

[Su et al., 1998] : une heuristique et méthode exacte aux performances limitées.

Minimisation des retards pourtant très important en pratique.

Proposition d'une transformation très simple d'un problème $J||L_{\max}$ en un problème $J||C_{\max}$.

Introduction

$J||C_{\max}$ très étudié : [Jain and Meeran, 1998]

$J||L_{\max}$ beaucoup moins :

[Demirkol et al., 1997] : adaptation du *shifting bottleneck* ;

[Su et al., 1998] : une heuristique et méthode exacte aux performances limitées.

Minimisation des retards pourtant très important en pratique.

Proposition d'une transformation très simple d'un problème $J||L_{\max}$ en un problème $J||C_{\max}$.

Table des matières

1. Transformation d'un $J||L_{\max}$ en $J||C_{\max}$
2. Expérimentations
3. Discussion

Table des matières

1 Transformation d'un $J||L_{\max}$ en $J||C_{\max}$

2 Expérimentations

3 Discussion

Intuition

Le *makespan* :

$$C_{\max} = \max_i C_i$$

Le retard algébrique maximum :

$$L_{\max} = \max_i L_i = \max_i (C_i - d_i)$$

Transformer un $J||C_{\max}$ en $J||L_{\max}$: $d_i = 0$.

Transformer un $J||L_{\max}$ en $J||C_{\max}$: modéliser le d_i avec une opération fictive.

Intuition

Le *makespan* :

$$C_{\max} = \max_i C_i$$

Le retard algébrique maximum :

$$L_{\max} = \max_i L_i = \max_i (C_i - d_i)$$

Transformer un $J||C_{\max}$ en $J||L_{\max}$: $d_i = 0$.
Transformer un $J||L_{\max}$ en $J||C_{\max}$: modéliser le d_i avec une opération fictive.

Transformation I

Soit P un problème $J||L_{\max}$.
Soit $M = 1 + \max_{\forall J_i} d_i$.
À partir du problème P, un problème P' de type $J||C_{\max}$ est généré :

- Copie de P en P'.
- Pour chaque J_i de P, une machine fictive M_{J_i} est rajoutée à P'.
- Une opération fictive $O^{P'}_{i,k_i}$ est rajoutés à P' à la fin de chaque job sur la machine fictive correspondante avec $p^{P'}_{i,k_i} = M - d_i \geq 1$.

Par construction, O^{P}_{i,k_i} correspond à $O^{P'}_{i,k_i-1}$.

Transformation II

Proposition

La résolution du problème P' est équivalente à la résolution du problème P. La solution du problème P correspond à la solution du problème P' privée des machines et opérations fictives.

Corollaire

Le L_{max} du problème P peut se calculer à partir du C_{max} du problème P' de la manière suivante : $L_{max}^{P} = C_{max}^{P'} - M$.

Exemple

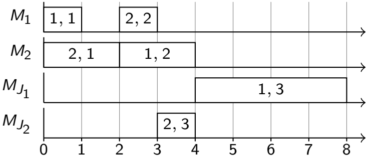
TABLE: P

i	j	$m_{i,j}$	$p_{i,j}$	d_i
1	1	M_1	1	
1	2	M_2	2	3
2	1	M_2	1	
2	2	M_1	2	6

$$M = 1 + \max_i d_i = 1 + \max(3,6) = 7$$

TABLE: P', la transformation de P

i	j	$m_{i,j}$	$p_{i,j}$
1	1	M_1	1
1	2	M_2	2
1	3	M_{J_1}	4
2	1	M_2	1
2	2	M_1	2
2	3	M_{J_2}	1



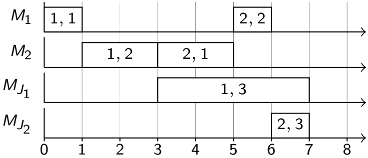


FIGURE: Ordonnancement actifs de P'

Preuve

Comme la machine de $O_{i,k_i}^{P'}$ ne possède qu'une opération, cette opération commencera tout de suite après $O_{i,k_i-1}^{P'}$. Nous avons donc :

$$C_i^{P'} = C_{i,k_i}^{P'} = C_{i,k_i-1}^{P'} + p_{i,k_i} = C_{i,k_i}^{P} + M - d_i = C_i^P - d_i + M = L_i^P + M$$

Le *makespan* du problème P' est donc :

$$C_{\max}^{P'} = \max_{\forall J_i^{P'}} C_i^{P'} = \max_{\forall J_i^P}(L_i^P + M) = M + \max_{\forall J_i^P} L_i^P = M + L_{\max}^P$$

Comme M est une constante, optimiser $C_{\max}^{P'}$ revient à optimiser $L_{\max}^P$. $\square$

Table des matières

1. Transformation d'un $J||L_{\max}$ en $J||C_{\max}$
2. Expérimentations
3. Discussion

Protocole

Instance de $J||L_{max}$: petites instances (20 jobs, 15 machines) de [Demirkol et al., 1998]

Méthode exacte : [Brucker et al., 1994]

Temps de calcul : 1 heure maximum sur un Intel Core 2 Duo à 3 GHz (E8400)

Résultats

Instance	old LB	old UB	new LB	new UB	gap	time (s)
r_20_15_1_1_6	1027	1448	1027	**1429**	4%	3600
r_20_15_1_1_8	1127	**1552**	1127	1667	-27%	3600
r_20_15_1_1_4	1160	**1492**	1160	1557	-19%	3600
r_20_15_1_1_2	1140	1464	1140	**1383**	25%	3600
r_20_15_1_1_3	1182	**1501**	1182	1725	-70%	3600
r_20_15_1_2_1	1769	2090	**1817**	**1817**	100%	45
r_20_15_1_2_10	1775	2092	**1873**	**1873**	100%	0
r_20_15_1_2_9	1956	2246	**2020**	**2020**	100%	0
r_20_15_1_2_5	1925	2181	**1930**	**1930**	100%	105
r_20_15_1_2_8	1599	1785	**1636**	**1636**	100%	0
r_20_15_2_1_7	1575	**1957**	1575	2220	-68%	3600
r_20_15_2_1_3	1727	**2100**	1727	2203	-27%	3600
r_20_15_2_1_1	1785	2165	1785	**2083**	21%	3600
r_20_15_2_1_5	1521	**1839**	1521	2016	-55%	3600
r_20_15_2_1_9	1858	**2143**	1858	2182	-13%	3600
r_20_15_2_2_10	1282	**1682**	1282	1788	-26%	3600
r_20_15_2_2_2	**1688**	2174	1619	**2025**	16%	3600
r_20_15_2_2_3	1894	2381	1894	**2255**	25%	3600
r_20_15_2_2_7	1596	**1943**	1596	2012	-19%	3600
r_20_15_2_2_4	1663	2018	1663	**1769**	70%	3600

Récapitulatif

Cette transformation a permis :

- de résoudre optimalement des instances ouvertes avec des outils existants ;
- de trouver de meilleurs solutions à des instances ouvertes ;
- de montrer que le $J||L_{\max}$ n'est pas particulièrement plus difficile que le $J||C_{\max}$.

Table des matières

1. Transformation d'un $J||L_{\max}$ en $J||C_{\max}$
2. Expérimentations
3. Discussion

Discussion

Cette transformation :

- permet de transformer simplement un $J||L_{\max}$ en $J||C_{\max}$;
- est proche de l'adaptation du *disjunctive graph* pour le $J||L_{\max}$ par [Demirkol et al., 1997] ;
- conserve la structure du problème ;
- semble adaptée aux heuristiques.

Merci

Merci pour votre attention.

Bibliographie I

Brucker, P., Jurisch, B., and Sievers, B. (1994).
A branch and bound algorithm for the job-shop scheduling problem.
Discrete Applied Mathematics, 49(1-3) :107–127.

Demirkol, E., Mehta, S., and Uzsoy, R. (1997).
A computational study of shifting bottleneck procedures forshop scheduling problems.
Journal of Heuristics, 3(2) :111–137.

Demirkol, E., Mehta, S., and Uzsoy, R. (1998).
Benchmarks for shop scheduling problems.
European Journal of Operational Research, 109(1) :137–141.

Bibliographie II

Jain, A. S. and Meeran, S. (1998).
Deterministic job-shop scheduling : Past, present and future.
European Journal of Operational Research, 113 :390–434.

Su, L.-H., Chang, P.-C., and Lee, E. S. (1998).
A heuristic for scheduling general job shops to minimize maximum lateness.
Mathematical and Computer Modelling, 27(1) :1–15.