Le meilleur des cas dans un ordonnancement de groupes

Guillaume Pinot Nasser Mebarki

IRCCyN — UMR CNRS 6597
Nantes, France
prenom.nom@irccyn.ec-nantes.fr

ROADEF 2008

Table des Matières

1. Introduction
2. Ordonnancement de groupes
3. Bornes inférieures
4. Heuristiques
5. Méthode exacte
6. Conclusion

Table des Matières

1. Introduction
2. Ordonnancement de groupes
3. Bornes inférieures
4. Heuristiques
5. Méthode exacte
6. Conclusion

Introduction

L'ordonnancement de groupes permet d'introduire une flexibilité séquentielle importante tout en garantissant une certaine qualité dans le pire des cas.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile :

- description plus complète de l'ordonnancement de groupes dans sa globalité ;
- son utilisation dans un outil d'aide à la décision en temps réel basée sur l'ordonnancement de groupes apporterait plus d'information au décideur.

Introduction

L'ordonnancement de groupes permet d'introduire une flexibilité séquentielle importante tout en garantissant une certaine qualité dans le pire des cas.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile :

- description plus complète de l'ordonnancement de groupes dans sa globalité ;
- son utilisation dans un outil d'aide à la décision en temps réel basée sur l'ordonnancement de groupes apporterait plus d'information au décideur.

Introduction

L'ordonnancement de groupes permet d'introduire une flexibilité séquentielle importante tout en garantissant une certaine qualité dans le pire des cas.
Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile :

- description plus complète de l'ordonnancement de groupes dans sa globalité ;
- son utilisation dans un outil d'aide à la décision en temps réel basée sur l'ordonnancement de groupes apporterait plus d'information au décideur.

Table des Matières

1 Introduction

2 Ordonnancement de groupes

3 Bornes inférieures

4 Heuristiques

5 Méthode exacte

6 Conclusion

Ordonnancement de groupes

L'ordonnancement de groupes fut créé au LAAS-CNRS pour obtenir de la flexibilité séquentielle durant l'exécution de l'ordonnancement tout en assurant une certaine qualité. Pour une description complète de la méthode :
[Esswein, 2003, Esswein et al., 2004, Artigues et al., 2005].
Pour générer de la flexibilité séquentielle, cette méthode utilise des « groupes d'opérations permutables ».

Ordonnancement de groupes

L'ordonnancement de groupes fut créé au LAAS-CNRS pour obtenir de la flexibilité séquentielle durant l'exécution de l'ordonnancement tout en assurant une certaine qualité. Pour une description complète de la méthode : [Esswein, 2003, Esswein et al., 2004, Artigues et al., 2005].
Pour générer de la flexibilité séquentielle, cette méthode utilise des « groupes d'opérations permutables ».

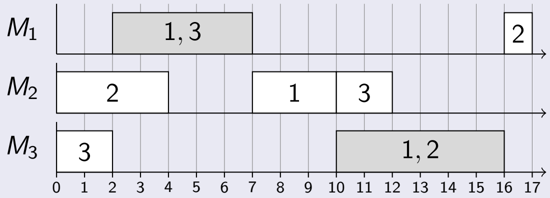
Exemple : un problème de *job shop*

i représente un travail, j une opération, $M_{i,j}$ la machine requise par opération j du travail i, et $p_{i,j}$ le temps requis par l'opération j du travail i.

Problème

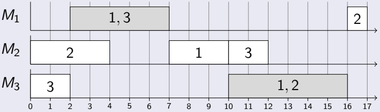
i	j	$M_{i,j}$	$p_{i,j}$
1	1	1	3
1	2	2	3
1	3	3	3
2	1	2	4
2	2	3	3
2	3	1	1
3	1	3	2
3	2	1	2
3	3	2	2

Une Solution

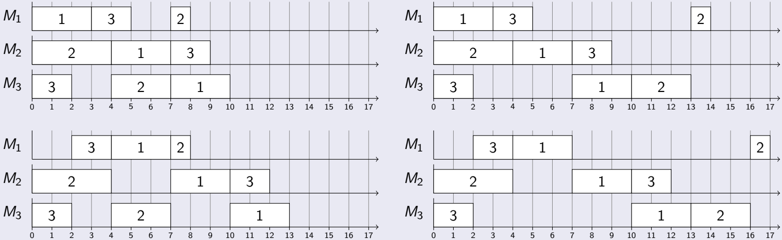


Exécution de l'exemple

L'Ordonnancement de groupes



Les Ordonnancements semi-actifs correspondants



Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- méthode prédictive réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- les incertitudes ne doivent pas être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* comme le C_{max} et le L_{max}.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile.

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- méthode prédictive réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- les incertitudes ne doivent pas être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* comme le $C_{\max}$ et le $L_{\max}$.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile.

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- méthode prédictive réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- les incertitudes ne doivent pas être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* comme le C_{max} et le L_{max}.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile.

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- méthode prédictive réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- les incertitudes ne doivent pas être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* comme le $C_{\max}$ et le $L_{\max}$.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile.

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- méthode prédictive réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- les incertitudes ne doivent pas être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* comme le C_{max} et le L_{max}.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile.

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- méthode prédictive réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- les incertitudes ne doivent pas être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* comme le $C_{\max}$ et le $L_{\max}$.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile.

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- méthode prédictive réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- les incertitudes ne doivent pas être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* comme le $C_{\max}$ et le $L_{\max}$.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile.

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

Pourquoi l'ordonnancement de groupes est-il intéressant ?

- méthode prédictive réactive ;
- flexibilité sur les séquences ;
- méthode bien étudiée durant les 30 dernières années : [Erschler and Roubellat, 1989, Billaut and Roubellat, 1996, Wu et al., 1999, Artigues et al., 2005] ;
- les incertitudes ne doivent pas être modélisées ;
- méthode permettant de pallier certaines incertitudes : [Wu et al., 1999, Esswein, 2003, Pinot et al., 2007] ;
- évaluation de l'ordonnancement dans le pire des cas en temps polynomial pour les objectifs de type *minmax* comme le $C_{\max}$ et le $L_{\max}$.

Une évaluation du meilleur des cas d'un ordonnancement de groupes pourrait également être utile.

Table des Matières

1. Introduction
2. Ordonnancement de groupes
3. Bornes inférieures
4. Heuristiques
5. Méthode exacte
6. Conclusion

Borne inférieure sur la date de fin des opérations

- θ_i Borne inférieure de la date de début d'une opération ;
- χ_i borne inférieure de la date de fin d'une opération ;
- γ_k borne inférieure de la date de fin d'un groupe.

$$\begin{cases} \theta_i = \max\left(r_i, \gamma_{g^-(i)}, \max\limits_{j \in \Gamma^-(i)} \chi_j\right) \\ \chi_i = \theta_i + p_i \\ \gamma_k = C_{\max} \text{ de } 1|r_i|C_{\max}, \forall O_i \in G_k, r_i = \theta_i \end{cases}$$

Utilisation directe pour des bornes inférieures :

$$\mathrm{LB}(L_{\max}) = \max_{\forall O_i} L_i(\chi_i) = \max_{\forall O_i}(\chi_i - d_i)$$

$$\mathrm{LB}(C_{\max}) = \max_{\forall G_k} \gamma_k$$

Cette dernière borne est appelée *Natural LB*

Borne inférieure sur la date de fin des opérations

- θ_i Borne inférieure de la date de début d'une opération ;
- χ_i borne inférieure de la date de fin d'une opération ;
- γ_k borne inférieure de la date de fin d'un groupe.

$$\begin{cases} \theta_i = \max\left(r_i, \gamma_{g^-(i)}, \max\limits_{j \in \Gamma^-(i)} \chi_j\right) \\ \chi_i = \theta_i + p_i \\ \gamma_k = C_{\max} \text{ de } 1|r_i|C_{\max}, \forall O_i \in G_k, r_i = \theta_i \end{cases}$$

Utilisation directe pour des bornes inférieures :

$$\mathrm{LB}(L_{\max}) = \max_{\forall O_i} L_i(\chi_i) = \max_{\forall O_i}(\chi_i - d_i)$$

$$\mathrm{LB}(C_{\max}) = \max_{\forall G_k} \gamma_k$$

Cette dernière borne est appelée *Natural LB*

Borne inférieure pour le *makespan*

Borne inférieure classique du *job-shop* : relaxation en *one-machine problem* [Carlier, 1982] sur chaque machine [Carlier and Pinson, 1989].

Pour faire cette relaxation, pour chaque opération, il nous faut :

- une borne inférieure de la date de debut au plus tôt (*head*) : θ_i est un bon candidat ;
- une borne inférieure de la durée de latence (*tail*) : un θ_i « renversé » est un bon candidat (appelée θ'_i).

La relaxation se fait au niveau des groupes plutôt que des machines (plus de sous-problème, mais de taille plus petite).

Deux méthodes pour résoudre le *one-machine problem* : une méthode exacte appelée algorithme de Carlier [Carlier, 1982] (*Optimal OMP LB*) et une borne inférieure appelée *Jackson Preemptive Schedule* (*JPS OMP LB*).

Borne inférieure pour le *makespan*

Borne inférieure classique du *job-shop* : relaxation en *one-machine problem* [Carlier, 1982] sur chaque machine [Carlier and Pinson, 1989].

Pour faire cette relaxation, pour chaque opération, il nous faut :

- une borne inférieure de la date de debut au plus tôt (*head*) : θ_i est un bon candidat ;
- une borne inférieure de la durée de latence (*tail*) : un θ_i « renversé » est un bon candidat (appelée θ'_i).

La relaxation se fait au niveau des groupes plutôt que des machines (plus de sous-problème, mais de taille plus petite).

Deux méthodes pour résoudre le *one-machine problem* : une méthode exacte appelée algorithme de Carlier [Carlier, 1982] (*Optimal OMP LB*) et une borne inférieure appelée *Jackson Preemptive Schedule* (*JPS OMP LB*).

Borne inférieure pour le *makespan*

Borne inférieure classique du *job-shop* : relaxation en *one-machine problem* [Carlier, 1982] sur chaque machine [Carlier and Pinson, 1989].

Pour faire cette relaxation, pour chaque opération, il nous faut :

- une borne inférieure de la date de debut au plus tôt (*head*) : θ_i est un bon candidat ;
- une borne inférieure de la durée de latence (*tail*) : un θ_i « renversé » est un bon candidat (appelée θ'_i).

La relaxation se fait au niveau des groupes plutôt que des machines (plus de sous-problème, mais de taille plus petite).

Deux méthodes pour résoudre le *one-machine problem* : une méthode exacte appelée algorithme de Carlier [Carlier, 1982] (*Optimal OMP LB*) et une borne inférieure appelée *Jackson Preemptive Schedule* (*JPS OMP LB*).

Borne inférieure pour le *makespan*

Borne inférieure classique du *job-shop* : relaxation en *one-machine problem* [Carlier, 1982] sur chaque machine [Carlier and Pinson, 1989].

Pour faire cette relaxation, pour chaque opération, il nous faut :

- une borne inférieure de la date de debut au plus tôt (*head*) : θ_i est un bon candidat ;
- une borne inférieure de la durée de latence (*tail*) : un θ_i « renversé » est un bon candidat (appelée θ'_i).

La relaxation se fait au niveau des groupes plutôt que des machines (plus de sous-problème, mais de taille plus petite).

Deux méthodes pour résoudre le *one-machine problem* : une méthode exacte appelée algorithme de Carlier [Carlier, 1982] (*Optimal OMP LB*) et une borne inférieure appelée *Jackson Preemptive Schedule* (*JPS OMP LB*).

Résultats

Instances : `la01` à `la40` de [Lawrence, 1984].

Pour chaque instance, nous générons un ordonnancement de groupes avec une qualité optimale connue (en utilisant l'algorithme décrit dans [Brucker et al., 1994]) et une très grande flexibilité (en utilisant EBJG décrit dans [Esswein, 2003]).

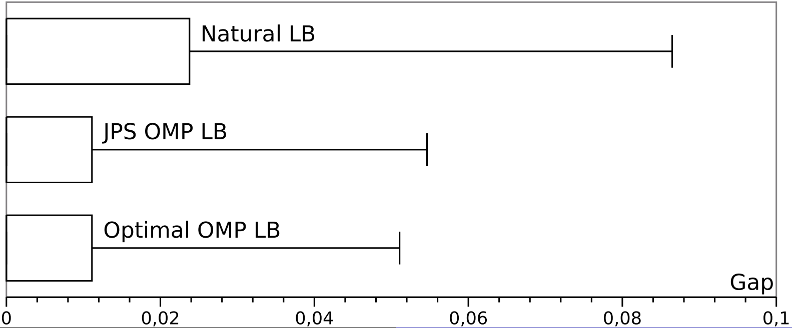


Table des Matières

1 Introduction

2 Ordonnancement de groupes

3 Bornes inférieures

4 Heuristiques

5 Méthode exacte

6 Conclusion

Les Heuristiques

- Règle de priorité :
  - *most work remaining* (MWR) ;
  - *Square tail* (SQUTAIL) : $\min\limits_{\forall O_i} p_i - \theta_i'^2$;
- Règle de priorité couplée avec *Optimal OMP LB* : LB+MWR et LB+SQUTAIL ;
- Adaptation du *shifting bottleneck* [Adams et al., 1988] en utilisant la relaxation en *one-machine problem* (optimisations successives au niveau des groupes) : SB.

Résultats

Conditions identiques à précédemment.

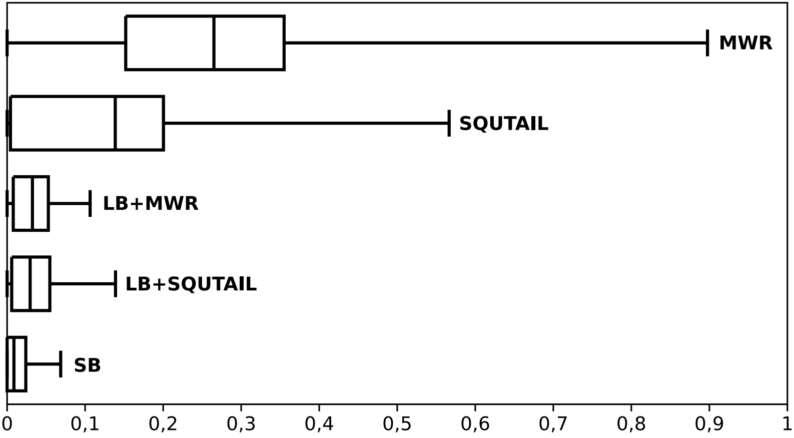


Table des Matières

1 Introduction

2 Ordonnancement de groupes

3 Bornes inférieures

4 Heuristiques

5 Méthode exacte

6 Conclusion

Algorithme de la méthode exacte

Un *branch and bound* pour tout objectif régulier :

- méthode d'énumération basée sur les ordonnancements actifs :
  - Le séquencement se fait groupe par groupe ;
  - Une condition suffisante permet de séquencer le groupe entièrement ;
- ordre des nœuds utilisant la borne inférieure, puis le nombre d'opérations séquencées (pour le parcours en largeur), puis SQUTAIL ;
- parcours de l'arbre en largeur jusqu'à 1000 nœuds stoqués puis en profondeur (utilisation d'environ 70Mo de memoire pour les grosses instances) ;
- borne inférieure en fonction de l'objectif, *Optimal OMP LB* en particulier pour le *makespan*.

Algorithme de la méthode exacte

Un *branch and bound* pour tout objectif régulier :

- méthode d'énumération basée sur les ordonnancements actifs :
  - Le séquencement se fait groupe par groupe ;
  - Une condition suffisante permet de séquencer le groupe entièrement ;
- ordre des nœuds utilisant la borne inférieure, puis le nombre d'opérations séquencées (pour le parcours en largeur), puis SQUTAIL ;
- parcours de l'arbre en largeur jusqu'à 1000 nœuds stoqués puis en profondeur (utilisation d'environ 70Mo de memoire pour les grosses instances) ;
- borne inférieure en fonction de l'objectif, *Optimal OMP LB* en particulier pour le *makespan*.

Algorithme de la méthode exacte

Un *branch and bound* pour tout objectif régulier :

- méthode d'énumération basée sur les ordonnancements actifs :
  - Le séquencement se fait groupe par groupe ;
  - Une condition suffisante permet de séquencer le groupe entièrement ;
- ordre des nœuds utilisant la borne inférieure, puis le nombre d'opérations séquencées (pour le parcours en largeur), puis SQUTAIL ;
- parcours de l'arbre en largeur jusqu'à 1000 nœuds stoqués puis en profondeur (utilisation d'environ 70Mo de memoire pour les grosses instances) ;
- borne inférieure en fonction de l'objectif, *Optimal OMP LB* en particulier pour le *makespan*.

Résultats I

Conditions identiques à précédemment.
Instances résolues :

- 15 sont résolues en moins d'une seconde (`la01-15`, toutes les instances à 5 machines) ;
- puis 17 en moins d'une minute (`la16-23,25,26,28,31-35,40`, toutes les instances de tailles 10×10, 30×10, certaines 15×10, 20×10, 15×15) ;
- puis 2 en moins d'une heure (`la24,39`, tailles 15×10, 15×15) ;
- puis 2 en moins d'une journée (`la36,38` tailles 15×15) ;
- 4 restent non résolues au bout d'une semaine de calcul (`la27,29,30,37` tailles 20×10, 15×15).

Résultats II

Autres résultats :

- l'utilisation de *Optimal OMP LB* par rapport à *JPS OMP LB* divise par 10 le temps d'exécution ;
- l'utilisation de la condition suffisante permettant de séquencer un groupe divise par 4 le temps d'exécution ;
- le parcours en largeur divise par 1,5 le temps d'exécution en moyenne, et jusqu'à 70 fois pour `la23` (9 secondes contre 628 secondes ;
- utilisée comme heuristique, elle est aussi performante que SB à temps comparable.

Table des Matières

1 Introduction

2 Ordonnancement de groupes

3 Bornes inférieures

4 Heuristiques

5 Méthode exacte

6 Conclusion

Conclusion

Nous avons proposé différentes approches pour résoudre le meilleur des cas dans un ordonnancement de groupes.

Nous pensons que la méthode exacte peut être améliorée, notamment en étendant la condition suffisante pour l'inclure dans la méthode d'énumération.

Conclusion

Nous avons proposé différentes approches pour résoudre le meilleur des cas dans un ordonnancement de groupes.
Nous pensons que la méthode exacte peut être améliorée, notamment en étendant la condition suffisante pour l'inclure dans la méthode d'énumération.

Bibliographie I

Adams, J., Balas, E., and Zawack, D. (1988).
The shifting bottleneck procedure for job shop scheduling.
Management Science, 34(3) :391–401.

Artigues, C., Billaut, J.-C., and Esswein, C. (2005).
Maximization of solution flexibility for robust shop scheduling.
European Journal of Operational Research, 165(2) :314–328.

Billaut, J.-C. and Roubellat, F. (1996).
A new method for workshop real-time scheduling.
International Journal of Production Research,
34(6) :1555–1579.

Bibliographie II

Brucker, P., Jurisch, B., and Sievers, B. (1994).
A branch and bound algorithm for the job-shop scheduling problem.
Discrete Applied Mathematics, 49(1-3) :107–127.

Carlier, J. (1982).
The one-machine sequencing problem.
European Journal of Operational Research, 11(1) :42–47.

Carlier, J. and Pinson, E. (1989).
An algorithm for solving the job-shop problem.
Management Science, 35(2) :164–176.

Bibliographie III

Erschler, J. and Roubellat, F. (1989).
An approach for real time scheduling for activities with time and resource constraints.
In Slowinski, R. and Weglarz, J., editors, *Advances in project scheduling*. Elsevier.

Esswein, C. (2003).
Un apport de flexibilité séquentielle pour l'ordonnancement robuste.
Thèse de doctorat, Université François Rabelais Tours.

Bibliographie IV

Esswein, C., Billaut, J.-C., and Artigues, C. (2004).
Ordonnancement de groupes : une approche multicritère pour un apport de flexibilité séquentielle.
In Billaut, J.-C., Moukrim, A., and Sanlaville, E., editors, *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*, Traité IC2, pages 219–241. Hermes Science, Paris.

Lawrence, S. (1984).
Resource constrained project scheduling : an experimental investigation of heuristic scheduling techniques (supplement).
Technical report, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania.

Bibliographie V

Pinot, G., Cardin, O., and Mebarki, N. (2007).
A study on the group sequencing method in regards with transportation in an industrial FMS.
In *Proceedings of the IEEE SMC 2007 International Conference*.

Wu, S. D., Byeon, E.-S., and Storer, R. H. (1999).
A graph-theoretic decomposition of the job shop scheduling problem to achieve scheduling robustness.
Operations Research, 47(1) :113–124.